Aprendizaje del concepto de cantidad cardinal en niños de 4 a 7 años

José Carlos Rivera Benavides, Lesly Thalia Atencia Jara

Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú

Recibido el 7 de noviembre del 2024. Aprobado el 5 de junio del 2024. Aceptado el 6 de junio del 2024

Resumen

El artículo tiene dos secciones. La primera, introduce el marco conceptual a la teoría psicogenética de los procesos cognitivos expuestos por Piaget y Szeminska [1] y Piaget e Inhelder [2], la propuesta del primer programa educativo en esa perspectiva por Beauverd [3], la demostración que aprender a contar no implica un significado cardinal por Sophian [4] y, la propuesta que el aprendizaje de las relaciones simétricas anteceden a la cardinalidad por Rivera [5]. La segunda sección, contiene el desarrollo de un programa educativo cuyo objetivo es lograr el dominio del concepto matemático de cantidad cardinal en los conjuntos de objetos discretos. Piaget postuló tres etapas en la comprensión de cantidad cardinal cuyas características en resumen son: Primera etapa, no conservación de las cantidades por la captación solo perceptual de las propiedades figurales de las colecciones a comparar (entre dos colecciones del mismo cardinal la que ocupa más espacio es considerado la más numerosa por el niño). Segunda etapa, de transición en la que emerge un conflicto entre las propiedades figurales y la correspondencia término a término de las colecciones. Tercera etapa, el niño ya no se guía de las configuraciones perceptivas o figurales y vemos la presencia de operaciones espontáneas de control, hechas por medio de disociaciones de las totalidades (colecciones) y formación de series, llegando así a la noción de equivalencia cardinal entre colecciones. El programa, en concordancia con su objetivo, contiene las características cognitivas de las etapas a partir de las cuales se proponen ejercicios-problemas a solucionar por el niño y una estrategia para lograr el dominio de la noción de contar en base diez.

Descriptores: *teoría psicogenética, comprensión de cantidad cardinal, propiedades figurales, equivalencia cardinal, noción de contar en base diez.*

Abstract

The article has two sections. The first one introduces the conceptual framework to the psychogenetic theory of cognitive processes exposed by Piaget and Szeminska [1] and Piaget and Inhelder [2], the proposal of the first educational program in this perspective by Beauverd [3], the demonstration that learning to count does not imply a cardinal meaning by Sophian [4] and, the proposal that the learning of symmetric relations precedes cardinality by Rivera [5]. The second section contains the development of an educational program whose objective is to master the mathematical concept of cardinal quantity in sets of discrete objects. Piaget postulated three stages in the understanding of cardinal quantity whose characteristics in summary are: First stage, non-conservation of quantities due to only perceptual capture of the figural properties of the collections to be compared (between two collections of the same cardinal number, the one that occupies more space is considered the most numerous by the child). Second stage, of transition, in which a conflict emerges between the figural properties and the term-to-term correspondence of the collections. Third stage, the child is no longer guided by perceptual or figural configurations, and we see the presence of spontaneous control operations, made through dissociations of the totalities (collections) and formation of series, thus arriving at the notion of cardinal equivalence between collections. The program, in accordance with its objective, contains the cognitive characteristics of the stages from which exercises-problems are proposed to be solved by the child and a strategy to achieve mastery of the notion of counting in base ten.

Keywords: *psychogenetic theory, understanding of cardinal quantity, figural properties, cardinal equivalence, notion of counting in base ten.*

1. Introducción

Jean Piaget y Alina Szeminska [1] demostraron que:

"No basta al niño, de ninguna manera, saber contar verbalmente 'uno, dos, tres, etc.', para estar en posesión del número. Un sujeto de 5 años puede muy bien, por ejemplo, ser capaz de enumerar los elementos de una hilera de cinco fichas y pensar en cambio que, si se reparten las cinco fichas en dos subcolecciones de 2 o 3 elementos, estas subclases no son equivalentes a la colección total inicial" (Piaget y Szeminska, 1967, p. 12).

Pues, todavía no realiza la correspondencia término a término entre la colección mayor y las menores para encontrar la equivalencia, es decir, no posee aún la noción de cantidad cardinal ni ordinal, operaciones que permiten al niño establecer igualdades y diferencias cuantitativas entre colecciones y coordinar con las ordinales del tipo A > B > C, o a la inversa (Piaget y Szeminska, 1967, pp. 59-150).

Luego, Piaget juntamente con Bärbel Inhelder [2] establecieron que estas operaciones se alcanzan alrededor de los 7-8 años y se integran con las denominadas "clasificaciones jerárquicas" que le permitan comprender al niño cuantificar las relaciones de clasificación. A manera de resumen, simplificamos el ejemplo dado allí con la clasificación de las flores: si se le presenta al niño un conjunto de 10 flores de las que 7 son rosas y 3 margaritas, su respuesta será que hay más flores que rosas y que estas son más que las margaritas (Piaget e Inhelder, 1967, pp. 115-124).

El primer Programa Educativo para niños de 4 a 8 años fue propuesto por B. Beauverd [3] destinado a enseñar las nociones de cantidad numérica basándose en la réplica de las observaciones de Piaget y Szeminska [1] en la génesis del número, aplicadas a experiencias de la vida cotidiana de los niños. Con relación a los cuantificadores (uno, ninguno, varios, algunos, mucho, tantos como, todos), Beauverd dijo:

"El niño campesino que entra en la escuela tiene 6 años y posee ya nociones precisas de la composición del establo de su casa. Sabe decir que, después de la atención de la mañana, las vacas y sus terneras van al campo, y los bueyes al prado; no queda ninguna bestia en el establo. Esta simple frase nos indica que el niño tiene una noción precisa del 'todo' que constituye el establo; sacando los dos 'subconjuntos' (vacas y terneras) que se llevan al campo, el resto – los bueyes – (el todo menos aquella parte que va al campo) va al prado; entonces el establo está vacío (el todo menos el todo). Este hombrecito posee ciertamente el poder de agregar y sustraer y él tiene una noción clara del cero" (Beauverd,1967, pp. 30-31).

Las operaciones de clasificación cualitativas se coordinan con las operaciones de cardinalidad y ordinalidad que permiten al niño establecer equivalencias y diferencias cuantificables entre la clase mayor y sus subconjuntos de modo que pueda establecer relaciones como A = B + B', o B = A – B', o A > B > B', etc. Dichas operaciones son comprendidas alrededor de los 7 a 8 años y, en la teoría piagetana o psicogenética, se denomina etapa de las operaciones concretas, precedida por una primera o etapa intuitiva y una segunda o de transición a la concreta [1], [2].

Catherin Sophian [4], complementando el trabajo de Beauverd, en sus investigaciones sobre el desarrollo numérico en los niños y sus consecuencias en los programas de educación, dijo:

"En primer lugar, los procedimientos matemáticos no se integran necesariamente en los conocimientos conceptuales de los niños. Precozmente, en el desarrollo, vemos a los niños aprender a contar sin atribuir a su conteo la significancia cardinal que dan a su enumeración en diferentes contextos" (Sophian, 1991, p. 57).

Siendo su principal conclusión que esta enseñanza debe dirigirse a contrastar los procedimientos empíricos (incluida la recitación de los números) con sus significados cardinales (Sophian, 1991, pp. 57-58).

Ahora bien, esbozadas las características más relevantes de las operaciones cognitivas que conducen a la noción de numero en el niño, podemos afirmar que las cantidades cardinales son también clases, por ejemplo: un diez es igual a diez unos, diez dieces es igual a un cien, etc.

En esta perspectiva hemos elaborado un Programa Educativo referido a la noción de cantidad cardinal teniendo en cuenta las etapas evolutivas de las operaciones intelectuales por las que recorre el niño de 4 a 7 años: intuitiva, de transición y concreta. Se describen cada una de ellas y en función de estas se entrena al niño en ejercicios-problemas acorde a las etapas, poniendo especial énfasis en la primera etapa donde el niño ha de aprender a componer simetrías figurales por rotación para encontrar la igualdad [5]. En la segunda etapa los ejercicios-problemas enseñan a encontrar la equivalencia de cantidad cardinal haciendo variar la configuración perceptiva de colecciones de unidades homogéneas (por ejemplo, círculos de color) mediante la manipulación perceptivo-motriz. En la tercera etapa se les enseña las relaciones entre cantidad cardinal en base diez.

En la siguiente sección se expone el programa denominado por nosotros Comprensión de la Cantidad Cardinal (CCC), según las características de las etapas cognitivas de los niños (de 4 a 7 años) y los respectivos ejercicios-problemas en su aplicación.

2. Programa Comprensión de la Cantidad Cardinal

Primera etapa (4 a 5 años). La igualdad o diferencia de cantidades, no surge espontáneamente, es decir en contacto directo de la percepción. En la primera etapa del desarrollo cognitivo, los niños estiman la cantidad de elementos de un grupo de objetos en función de las configuraciones perceptivas del espacio que ocupan dichas colecciones, por lo que no hay una conservación de la cantidad cardinal; si por ejemplo preguntamos al niño (ver figura 1) ¿dónde hay más? entonces responderá que en el más largo por ocupar más espacio o en el de menor longitud donde dice hay más porque están más apretados.

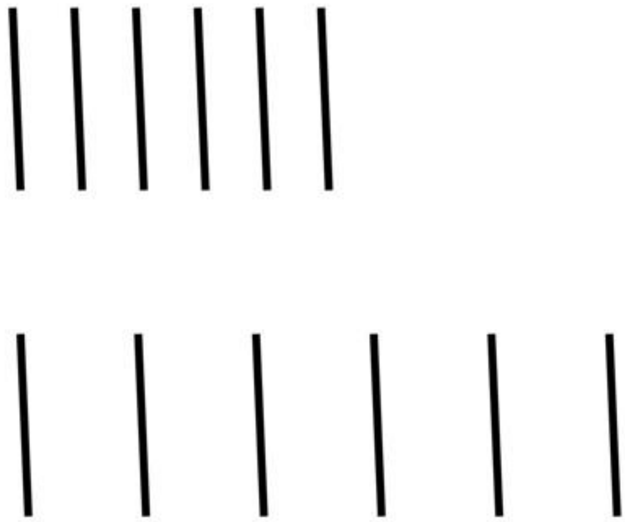


Figura 1: Dos hileras de objetos iguales distribuidos con diferente disposición espacial intrafigural.

Los niños de esta etapa consideran la igualdad por simetría y la diferencia por asimetría de las configuraciones globales de los elementos que componen dichas colecciones comparadas (ver figura 2); por ejemplo, con 5 fichas arriba y 6 fichas abajo, el niño dirá que son iguales. Mientras que con una disposición espacial asimétrica (ver figura 3), es probable que el niño responda que no son iguales o que pretenda agregar más fichas para tratar de igualar ambas hileras.

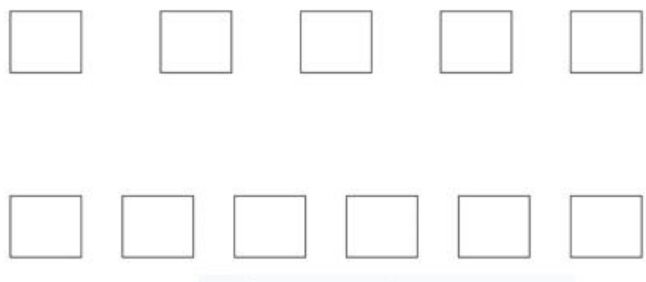


Figura 2:. Dos hileras de objetos iguales con igual disposición espacial intrafigural.

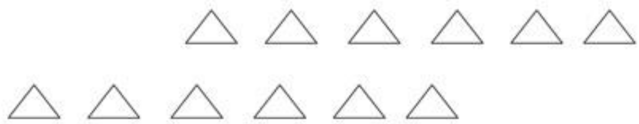


Figura 3. Dos hileras de objetos iguales con diferente desplazamiento espacial interfigural.

Ejercicios-problema: Identidad simétrica

Con la figura 4 se muestran parejas de objetos (4A a 4F) y se pregunta ¿las figuras son idénticas?, ¿qué harías para que lo sean? Se espera que el niño rote las figuras hasta que ambas se encuentren en la misma posición; con dichos ejercicios-problema el niño entenderá que al rotar la figura encuentra la simetría (identidad figural). En las figuras 4A y 4B se emplean los colores para que le sea útil al niño como referencia y orientación, de esa forma le resulta más fácil rotarlo.

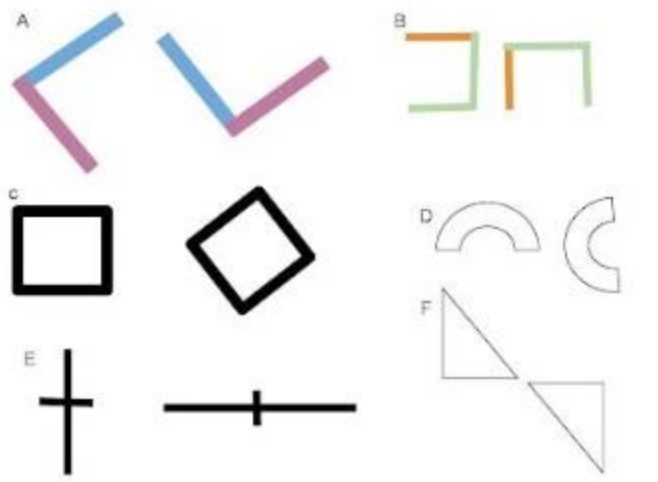


Figura 4: Pares de objetos que difieren en la orientación espacial intrafigural.

Ejercicios-problema: Seccionamientos simétricos

Con la figura 5 al niño se le presenta una configuración triangular y otra cuadrangular dividida a su vez en varios triángulos y cuadrados respectivamente; luego se le hace notar que el triángulo inferior derecho es igual a la figura más grande (figura continente), solo que más pequeña. Después se le solicita que seccione, dibuje o reproduzca las mismas figuras en el triángulo continente y así sucesivamente hasta completar todos los triángulos que pueda realizar. Se sigue el mismo procedimiento con el cuadrado.

Nótese que en este ejercicio se establecen relaciones de asimetría al comparar el continente con los contenidos.

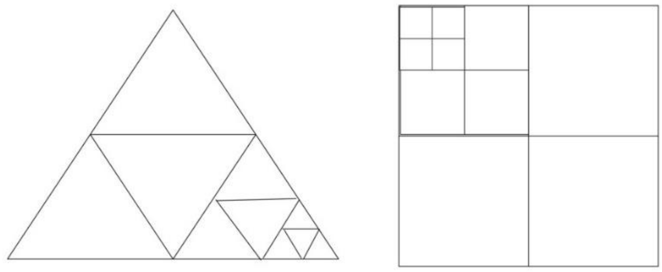


Figura 5: Triángulo y cuadrado con representación de la relación parte al todo, conservando la identidad figural.

Segunda etapa (5 a 6 años). De transición hacia la conservación de la cantidad, esta etapa se caracteriza porque ante una colección de elementos que forman una figura (por ejemplo una hilera de fichas verdes) el niño coloca una cantidad de fichas amarillas en correspondencia término a término pero todavía de carácter perceptual de simetría entre las colecciones comparadas, ante la cual el niño afirma la igualdad. Sin embargo, si la configuración de una de las colecciones cambia, el niño deja de creer en la igualdad afirmando que las cantidades son diferentes, por ejemplo “la fila verde tiene más fichas” (ver figura 6B) por ser más larga o a la inversa.

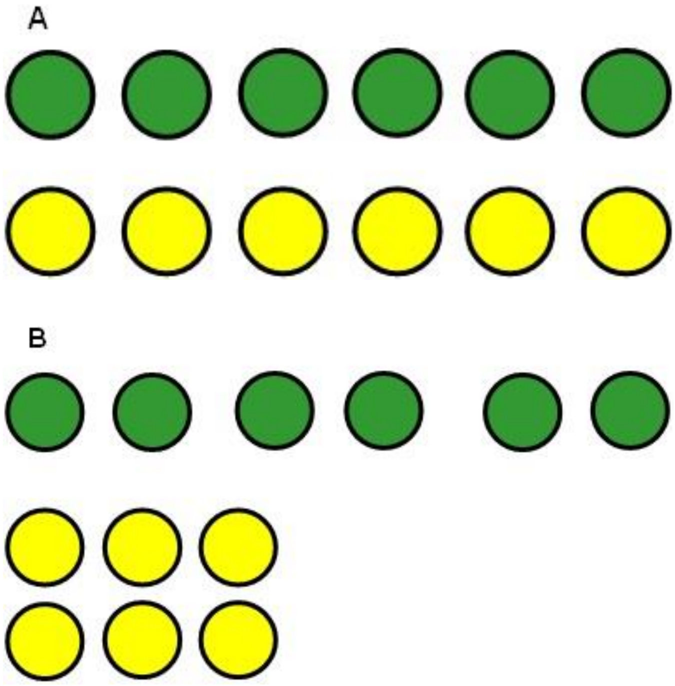


Figura 6: Disposición de objetos de diferente color por hilera, en correspondencia espacial uno a uno (6A) y, sin correspondencia espacial manteniendo los colores originales (6B).

Ejercicios-problema: Correspondencia de elementos uno a uno

Se presentan al niño diversas configuraciones de fichas de colores como las de la figura 7. Luego se le pregunta dónde hay más (amarillas o verdes). Después de su respuesta, se le pide que junte las fichas amarillas con las verdes una a una y luego, con la disposición original que coloque una ficha verde por cada amarilla. A continuación se le pregunta por la igualdad de las colecciones. Se hace uso así mismo de otras configuraciones geométricas.

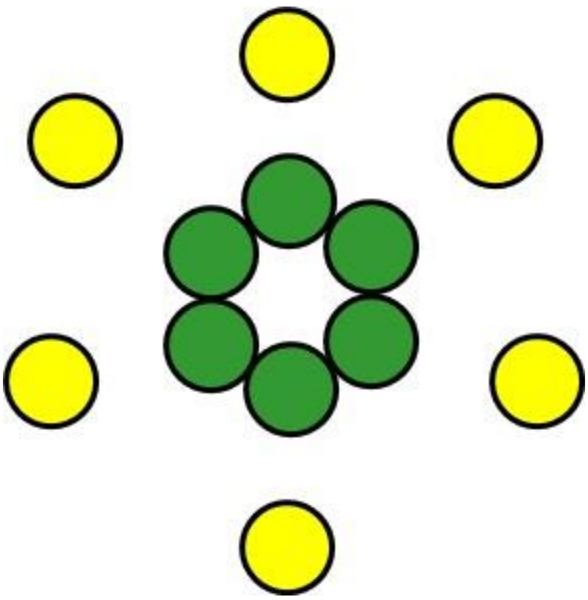
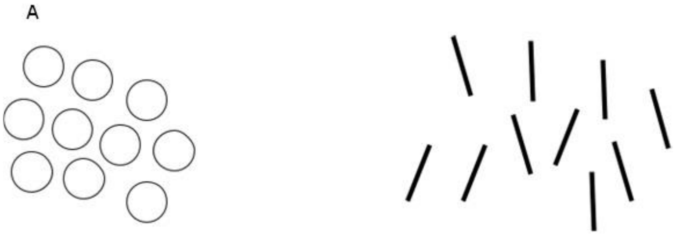


Figura 7: Disposición de objetos en las que por manipulación se encuentra la correspondencia uno a uno, con diferente color.

Tercera etapa (6 a 7 años). El niño logra en esta etapa establecer correspondencias operatorias entre las colecciones que ha de comparar es decir, en independencia de las configuraciones perceptuales logra hacer corresponder uno a uno los elementos de las colecciones. Por ejemplo superpone una ficha redonda sobre cada palito para encontrar la equivalencia (ver figura 8A y 8B).



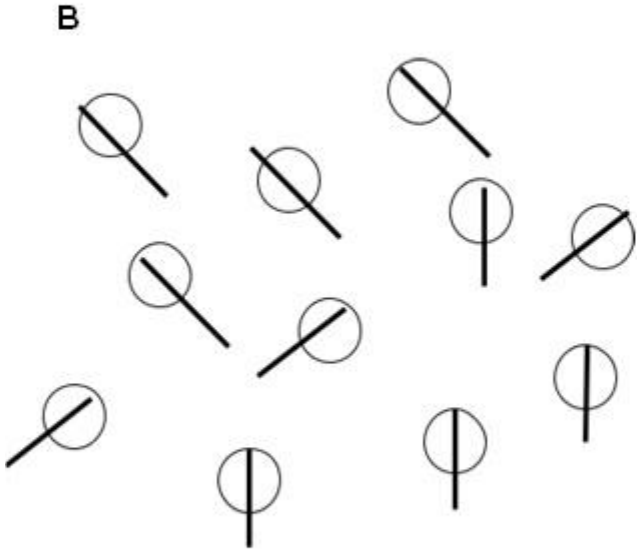


Figura 8: Colección de objetos con diferente forma, de igual cantidad cardinal (8A) y, la superposición de los objetos en correspondencia uno a uno (8B).

Ejercicio-problema: Cardinalidad y conteo

Con la figura 9 se le pide al niño que pinte con diferentes colores los conjuntos de formas que tienen la misma cantidad de elementos.

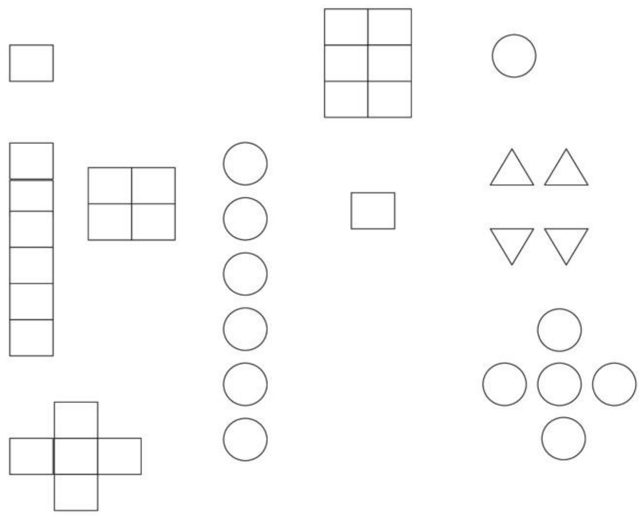


Figura 9: Disposición de figuras con igual o diferente formas y elementos por figura para la identificación activa (por coloreo) de la cantidad cardinal.

Cabe anotar que este ejercicio es una prueba de entrada en la etapa, en contraste con el ejercicio o prueba de cierre que veremos a continuación pues, a partir de la tercera etapa el niño se encuentra preparado para aprender la relación entre cantidad cardinal y numeración (hablada), que permitirá el dominio de la operación aritmética de contar en base diez.

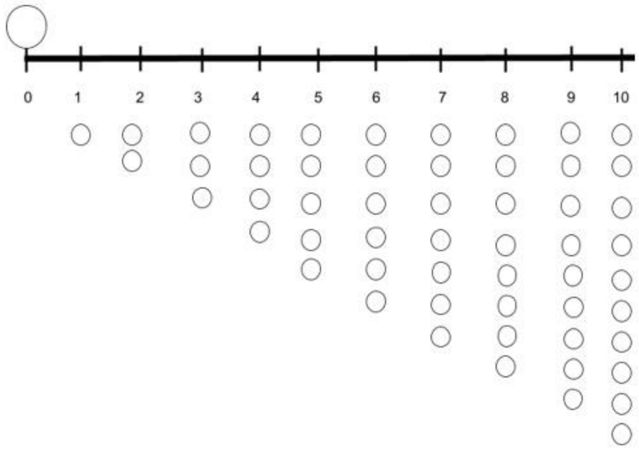


Figura 10. Procedimiento para el conteo en base diez.

En la figura 10 sobre una recta numerada del cero al diez se hace girar un círculo a partir del cero hasta el uno, haciendo que el niño coloque una ficha debajo de este; se continua con dos vueltas más y se hace colocar dos fichas debajo del número dos, y así sucesivamente hasta el diez.

Este ejercicio (de cierre) tiene como objetivo que el niño comprenda los grupos cardinales, cada vez que el círculo en la parte superior de la recta de una vuelta se escribirá el número correspondiente y se irá agregando fichas en la parte inferior. Así, se estaría combinando el espacio recorrido (cantidad continua) con la unidad discreta. Luego continuar con la descomposición de los números (3 = 1 y 2), haciendo preguntas como ¿cuántos 2 encontramos en un 4? ¿por cuántos unos está formado 5? y así sucesivamente (todas las combinaciones posibles). El proceso se puede hacer de manera inversa, es decir quitándole al 10 y otros cardinales determinadas cantidades.

Referencias

[1]	J. Piaget, A. Szeminska, *Génesis del número en el niño*, 1° Ed. (Guadalupe, Buenos Aires, 1967), pp. 12; 59-150.
[2]	J. Piaget, B. Inhelder, *Génesis de las estructuras lógicas elementales.* Clasificaciones y seriaciones, 1° Ed. (Guadalupe, Buenos Aires, 1967), pp. 113-132.
[3]	B. Beauverd, *Antes del cálculo,* 1° Ed. (Kapelusz S.A., Buenos Aires, 1967).
[4]	C. Sophian, Le nombre et sa genèse Avant l'école primaire: comment s'en inspirer pour l'enseignement des mathématiques en J. Bideaud, Cl. Meljac et J. P. Fisher. *Les chemins du nombre,* 2° Ed. (Presses Universitaires de Lille, Francia, 1991), pp. 35-58.
[5]	J. C. Rivera B, *Revista ECI Perú.* 15(1), (2018) 26-32.